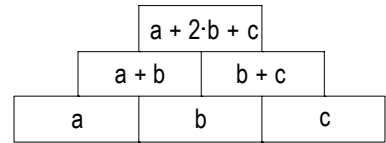


# Zahlenmauern

Dr. Maria Koth

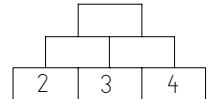
Zahlenmauern sind nach einer einfachen Regel gebaut:  
In jedem Feld steht die Summe der beiden darunter stehenden Zahlen.



Ausgehend von dieser einfachen „Bauvorschrift“ ergibt sich eine Vielzahl an möglichen Aufgabenstellungen.

## Mögliche Aufgabenstellungen:

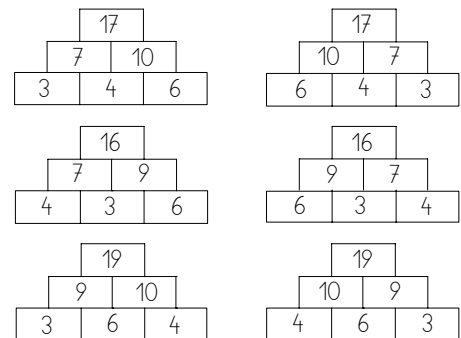
1. Vorgegeben sind die drei Grundsteine, die fehlenden Zahlen können durch einfache Additionen gefunden werden.



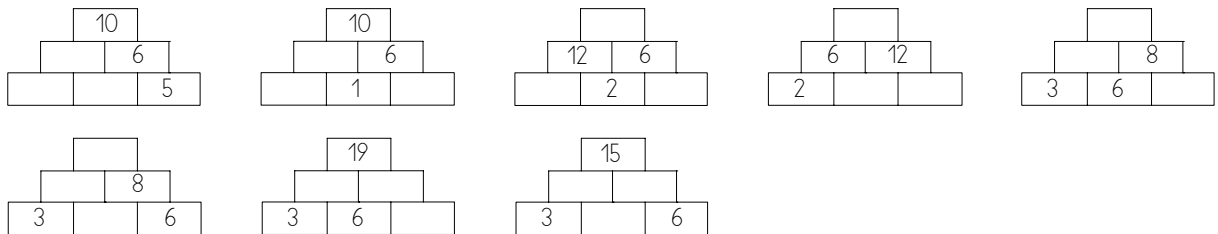
2. Gleiche Grundsteine – verschiedene Mauern:

Mit drei vorgegebenen Zahlen als Grundsteinen kann man sechs verschiedene Mauern legen. Die Beispiele rechts zeigen:

- Vertauscht man die beiden äußeren Grundsteine, so bleibt der Deckstein gleich groß.
- Der Deckstein ist dann am größten, wenn der größte der drei Grundsteine in der Mitte liegt.



3. Vorgegeben sind drei „verstreute“ Steine, zum Beispiel:



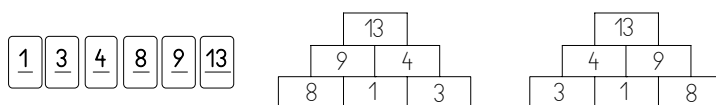
Hier sind sowohl Subtraktionen als auch Additionen zum Ermitteln der fehlenden Zahlen nötig.

Besonders interessant ist das letzte der obigen Beispiele, bei dem der Deckstein und die beiden äußeren Grundsteine gegeben sind:

In diesem Fall müssen die Kinder die fehlenden Steine durch systematisches Probieren finden.

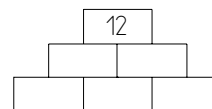
Setzt man für den fehlenden mittleren Grundstein der Reihe nach die Zahlen 1, 2, 3, 4, ... ein, so sieht man: 1 und 2 führen auf einen kleineren Deckstein als 15 (und sind daher zu klein), 4, 5, ... ergeben einen größeren Deckstein als 15 (und sind daher zu groß). Also kommt nur 3 als mittlerer Grundstein in Frage.

4. Zahlenmauern aus sechs geeignet vorgegebenen Zahlenkarten legen, zum Beispiel:



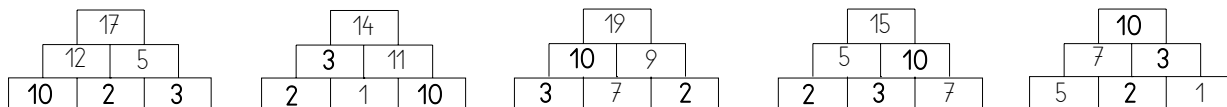
Die größte der sechs Zahlen ist immer der Deckstein der Mauer, die zweitgrößte Zahl steht immer in der zweiten Reihe. Die Anordnung der übrigen Steine ergibt sich dann durch Ergänzen. Da man die zweitgrößte Zahl links oder rechts in der 2. Zeile eintragen kann, gibt es immer zwei symmetrische Lösungen.

5. Mehrere Zahlenmauern finden, die eine bestimmte Zahl als Deckstein haben. Die Zahl der möglichen Mauern nimmt mit wachsender Größe des Decksteins rasch zu:



Deckstein	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Anzahl der möglichen Mauern mit drei Reihen	42	49	56	64	72	81	90	100	110	121

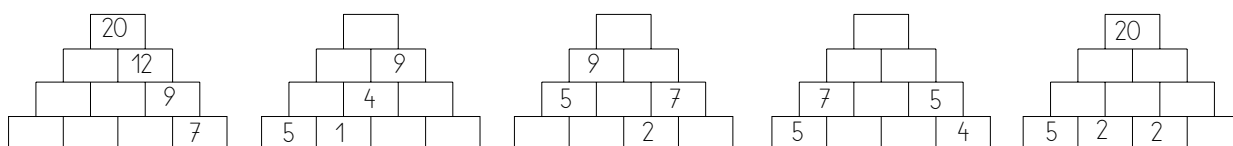
6. Mehrere Zahlenmauern finden, in denen drei vorgegebene Zahlen (irgendwo) als Bausteine vorkommen, zum Beispiel: 2, 3 und 10



## 7. Größere Mauern

Fehlende Steine in größeren Zahlenmauern ergänzen. Bereits beim Arbeiten im Zwanzigerraum bieten sich Zahlenmauern mit vier Reihen an, im Hunderterraum und im Tausenderraum in der zweiten bzw. dritten Klasse können dann auch Zahlenmauern mit fünf oder sechs Reihen betrachtet werden.

Auch hier wird man als Einstiegsbeispiel zum Kennenlernen zunächst alle vier Grundsteine vorgeben, und danach Mauern mit vier „verstreut“ vorgegeben Bausteinen vervollständigen lassen. Dazu einige Beispiele für Mauern mit vier Reihen im Zwanzigerraum:



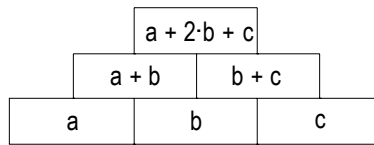
Als weitere Fragestellungen bieten sich etwa an:

- Zeichne mehrere vierstöckige Mauern mit demselben vorgegebenen Deckstein.
- Ordne die vorgegebenen vier Grundsteine einer Mauer so um, dass der Deckstein möglichst groß bzw. möglichst klein wird.
- Ordne die vorgegebenen vier Grundsteine einer Mauer um, ohne dass sich der Deckstein ändert.
- Um wie viel wird der Deckstein größer, wenn man einen der vier Grundsteine um eins vergrößert und alle anderen Grundsteine gleich lässt?
- Zeichne Mauern mit „besonderen“ Grundsteinen: zum Beispiel
  - mit lauter gleichen Zahlen (1, 1, 1, 1 oder 2, 2, 2, 2)
  - mit Einsern und Nullen (1, 0, 1, 0 oder 1, 1, 1, 0 oder 0, 1, 0, 0 etc.)
  - mit Einsern und Zehnern (1, 10, 1, 10 oder 1, 1, 1, 10 oder 10, 1, 10, 10 etc.)
  - mit aufeinanderfolgenden Zahlen (1, 2, 3, 4 oder 5, 6, 7, 8 etc.)
  - .....

8. Die Kinder erfinden weitere Zahlenmauern mit selbstgewählten Zahlen.

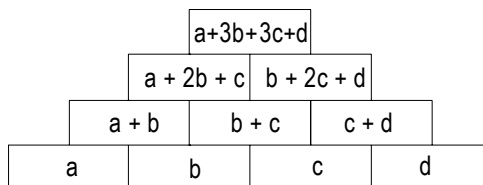
# Mathematische Eigenschaften von Zahlenmauern:

## a. Mauern mit drei Reihen:



- Für Mauern mit drei Reihen gilt:  
Deckstein = Summe der beiden äußeren Grundsteine plus das Doppelte des mittleren Grundsteins.
- Vergrößert man einen der beiden äußeren Grundsteine um 1 (bzw. um 2, 3, 4,...), so wird der Deckstein um 1 (bzw. um 2, 3, 4,...) größer.
- Vergrößert man den mittleren Grundstein um 1 (bzw. um 2, 3, 4,...), so wird der Deckstein um 2 (bzw. um 4, 6, 8,...) größer.
- Sind die äußeren Grundsteine  $a$  und  $c$  beide gerade Zahlen (oder beide ungerade), dann ist der Deckstein eine gerade Zahl. Ist einer der beiden äußeren Grundsteine gerade und der andere ungerade, dann ist der Deckstein eine ungerade Zahl.

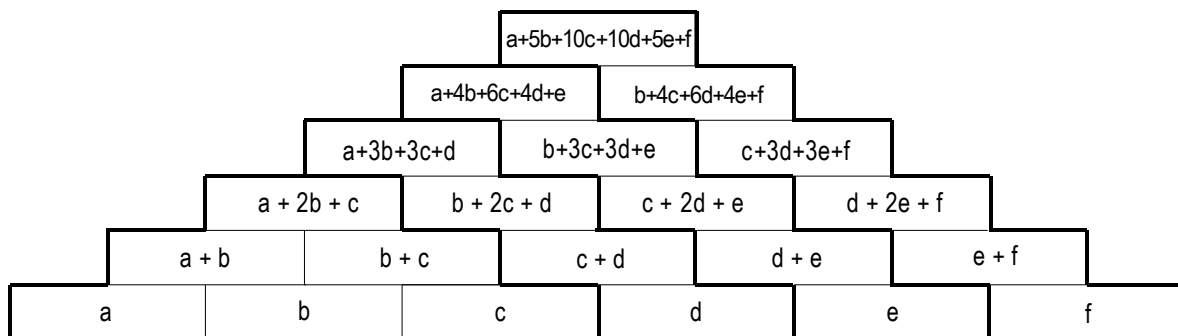
## b. Mauern mit vier Reihen:



- Für diese Mauern gilt:  
Deckstein = Summe der beiden äußeren Grundsteine plus dreifache Summe der beiden inneren Grundsteine.
- Vergrößert man einen der beiden äußeren Grundsteine um 1 (bzw. um 2, 3, 4,...), so wird der Deckstein um 1 (bzw. um 2, 3, 4,...) größer.
- Vergrößert man einen der beiden inneren Grundsteine um 1 (bzw. um 2, 3, 4,...), so wird der Deckstein um 3 (bzw. um 6, 9, 12,...) größer.

## c. Mauern mit bis zu sechs Reihen:

Der allgemeine Bauplan dieser Mauern zeigt wie die Größe des Decksteins von den vorgegebenen Grundsteinen abhängt:



In allen Mauern wird der Deckstein stets um 1 größer, wenn man einen der beiden äußeren Grundsteine um 1 vergrößert. Veränderungen eines der inneren Grundsteine dagegen wirken sich stärker auf den Deckstein aus.

