Arbeitsblatt 4

Ableitungsregeln 1

Was bisher geschah:

Im Arbeitsblatt 3 haben wir die Formeln für die Ableitungen von Potenzfunktion und konstanter Funktion kennen gelernt.

Wie kann man schwierigere Funktionsterme ableiten?

f: $y = x^3 + x^2$

Wir spalten f in eine Summe von zwei Potenzfunktionen f_1 und f_2 auf:

f_1: $y = x^3$
f_2: $y = x^2$

f': $$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^3 + (x+\Delta x)^2 - (x^3 + x^2)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^3 - x^3 + (x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} =$$
$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^3 - x^3}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x}$$

und das ist aber $f_1' + f_2'$.

Summenregel:

$$\mathbf{(f_1+f_2)' = f_1'+f_2'}$$

Kann man eine Funktion als Summe zweier (einfacher) Funktionen schreiben, so gilt:
Die Ableitung der Summe ist die Summe der Ableitungen.

Was würde für die Differenz gelten? Formuliere die Differenzenregel!

Beispiel G im Buch auf Seite 62 führt zur Formulierung der Konstantenregel.

- Versuche das Beispiel nachzuvollziehen.
- Formuliere die Konstantenregel!

Alle Ableitungsregeln (die soeben besprochenen sowie die noch folgenden) sollen in einer Datei zusammengefasst werden.

Mit den bisherigen Regeln kann man jedes Polynom differenzieren.

Übung:
Überlege dir zunächst ohne Hilfsmittel die Ableitungen der nachstehenden Polynome.
Überprüfe anschließend die Ergebnisse mit Derive.

1. f_1: $y = 3x^2 + 2x$
2. f_2: $y = -x^3 + 5x^2 - 3$
3. f_3: $y = \frac{3}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{1}{3}x^2$

4. f_4: $y = \frac{2}{3}x^5 - \frac{4}{7}x + 3$

Die Ableitungsregel für die Potenzfunktion gilt aber nicht nur für natürliche Exponenten, sondern auch für negative und rationale.

Wiederhole:

- Was bedeutet eine negative Hochzahl?
- Was bedeutet ein Bruch im Exponenten?
- Gib jeweils zwei Beispiele.

Wende nun die Ableitungsregeln auf die folgenden Funktionen an, zunächst ohne Hilfe, anschließend mit Derive.

f_5: $y = 2x^{-1} + 3x^{-2}$

f_6: $y = 3x^{\frac{1}{2}} - 4x^{\frac{3}{2}}$

f_7: $y = \frac{4}{x} + \sqrt{x}$

f_8: $y = -\frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{5}{x^2}$