

Vektoren und Lineare Unabhängigkeit

Angabe:

Sind die vier folgenden Vektoren v_1, v_2, v_3, v_4 linear unabhängig? $V := \mathbb{R}^5$, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.

$$v_1 = \begin{pmatrix} 56789 \\ \sqrt{2757} \\ 1 \\ 0 \\ -\sqrt[3]{3257} \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1,4 \cdot 10^{27} \\ 429,33 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 33333334 \\ 7,91 \cdot 10^{-327} \\ \sqrt[8]{2 - \sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_4 = \begin{pmatrix} 56789 \\ \sqrt{2757} \\ 1 \\ 0 \\ \sqrt[3]{3257} \end{pmatrix}$$

Loesungen:

$$\text{Ansatz: } \alpha \cdot v_1 + \beta \cdot v_2 + \gamma \cdot v_3 + \delta \cdot v_4 = o.$$

Das liefert wieder ein Gleichungssystem (vgl. Bsp bei 2.1).

Betrachte nur erste und fufte Gleichungen (gekrzt): I: $\alpha + \delta = 0$, V: $-\alpha + \delta = 0$. Das liefert die Ergebnisse: $\alpha = \delta = 0$.

Dadurch vereinfachen sich die anderen drei Gleichungen.

Betrachte nun die neue 2. Gleichung: II: $\gamma = 0$.

Betrachte nun die neue 3. Gleichung: III: $\beta = 0$.

Somit mssen zwingenderweise alle Koeffizienten $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ 0 sein, um den Nullvektor o als Linearkombination darstellen zu knnen.

D.h. die Vektoren sind linear unabhngig.