Was ist ein Vektor?

1) Darstellungsform

Vektoren sind Listen von Zahlen. Sie besitzen neben einem bestimmten Betrag noch eine Richtung und werden daher durch Pfeile dargestellt. Die Einträge eines Vektors bezeichnet man als Komponenten. Schreibt man dir Komponenten nebeneinander, so erhält man einen **Zeilenvektor** $\vec{\vec{a}} = (a_1|a_2)$. Schreibt man sie hingegen untereinander, bekommt man einen **Spaltenvektor** $\vec{a} = \binom{a_1}{a_2}$.

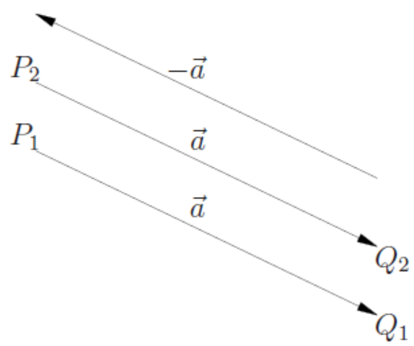
2) Definition: Vektor, Ortsvektor, Nullvektor

Man kann den Unterschied zwischen Skalar und Vektor am besten anhand von physikalischen Beispielen veranschaulichen. Eine skalare Größe wird durch eine einzige reelle Zahl bestimmt; Beispielhaft dafür sind physikalische Größen, wie Masse, Temperatur, Volumen usw.
Meistens reicht eine einzige Zahl jedoch nicht aus, um eine Größe zu charakterisieren. Beispielsweise verwendet man in der Mechanik zur Charakterisierung der Kraft einen Vektor. Ein Vektor entspricht einer gerichteten Strecke, die nicht nur die Stärke angeben kann, sondern auch die Richtung, in der die Kraft wirkt.

Ein **Vektor** ist eine gerichtete Strecke:
$\vec{a} = \overrightarrow{PQ}$ bezeichnet den Vektor von P nach Q.

Wählt man im Raum einen festen Punkt $O = (0|0)$ als Ursprung, so ist jeder von O verschiedene Punkt $P = (x|y)$ des Raumes durch den Vektor $\overrightarrow{OP}$ eindeutig festgelegt. Dieser Pfeil, der im Ursprung beginnt, wird als **Ortsvektor** des Punktes P bezüglich des Ursprungs bezeichnet. Ein solcher Vektor kann in eindeutiger Weise durch die Koordinaten seines Endpunktes P dargestellt werden $\overrightarrow{OP} = \binom{x}{y}$.

Vektoren, deren Anfangspunkt nicht im Ursprung liegt, werden durch die Koordinatenveränderung des Endpunktes hinsichtlich des Anfangspunktes dargestellt. Hier kann ein Vektor alternativ als P-Verschiebung des Raumes interpretiert werden.



Schiebt man einen Punkt P_1 im Koordinatensystem in eine andere Lage P_2, so ist diese Schiebung durch Angabe des Anfangspunktes $P_1 = (x_1|y_1)$ und des Endpunktes $P_2 =$

$(x_2|y_2)$ eindeutig festgelegt. Diese Änderung der Koordinaten sind somit die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{P_1P_2}$, sie lassen sich als Differenz der Koordinaten der Punkte P_1 und P_2 angeben: „**Spitze minus Schaft**"-Regel an: $\vec{a} = \overrightarrow{P_1P_2} = P_2 - P_1 = \begin{pmatrix} x_2 & - & x_1 \\ y_2 & - & y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$

Anmerkung: Die „Spitze minus Schaft"-Regel gilt auch für Ortsvektoren, die im Ursprung $O = (0|0)$ beginnen: $\overrightarrow{OP} = P - O = \begin{pmatrix} x & - & 0 \\ y & - & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Da sich die Koordinaten von $\vec{a}$ als Differenz der Koordinaten der Punkte P_1 und P_2 berechnen, wird der **Nullvektor** schließlich mit $\overrightarrow{OO} = \overrightarrow{PP} = \vec{0}$ bezeichnet. Beim Nullvektor fallen Anfangs- und Endpunkt zusammen. Er hat die Länge 0 und eine unbestimmte Richtung.

Beispiel: Der Vektor $\vec{a}$ hat den Anfangspunkt $P = (1|2)$und den Endpunkt $Q = (3|4)$.

Die Komponenten sind daher $a^1 = 3 - 1 = 2, a^2 = 4 - 2 = 2$ $\rightarrow$ $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$