



Lösung zum Übungsblatt: Gerade und Ebene

2. AUFGABE: **Schnittpunkt Gerade-Ebene**

a) Gesucht: Schnittpunkt der Ebene E mit der Geraden g

$$\begin{array}{l}
 E: 2x + 4y + 3z = 1 \\
 g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Gesucht wird also der Punkt, der gleichzeitig auf E liegt, also die Gleichung von E erfüllt, und auf g liegt, zu dem also ein passendes t existiert. Diesen finden wir, indem wir

- I. $x = 3 + 3t$,
- II. $y = -1 - t$ und
- III. $z = -1 - t$ in $E: 2x + 4y + 3z = 1$ einsetzen.

Dies ergibt

$$2(3 + 3t) + 4(-1 - t) + 3(-1 - t) = 1$$

$$\Rightarrow -t - 1 = 1.$$

$$\text{Somit } t = -2.$$

Setzt man dieses t in die Parametergleichung von g ein, so ergibt das den Schnittpunkt $S(-3|1|1)$.

b) Dass E parallel zur y -Achse verläuft, erkennt man folgendermaßen:

Betrachte einen beliebigen Punkt $P(x|y|z)$ auf E (er erfüllt die Gleichung von E)

und verschiebe ihn in Richtung x -Achse zu $Q(x|y+1|z)$. Dann erfüllt er immer noch die Gleichung der Ebene E (da y in E nicht vorkommt).

Somit: Ebene E und Gerade g verlaufen parallel: Kein Schnittpunkt.

Alternative Lösung:

Wie in a) gerechnet erhält man, um den Parameter t zu ermitteln:
 $0-4\cdot 0=10$

also einen Widerspruch. Die Annahme, ein passendes t existiere, ist also falsch.

(Hätte man die Gleichung $0 = 0$ erhalten, läge g ganz in E).

c) 1. Lösung: Wir schreiben E: $2x - 4y + 3z = - 2$

und rechnen wie in Teil a).

Lösung: $s = 1$ Schnittpunkt $S(5|3|0)$