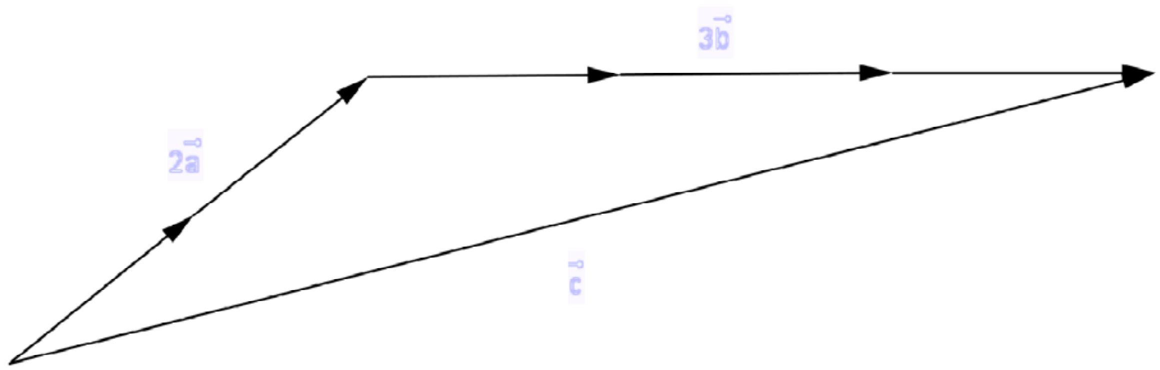
Linearkombination von Vektoren

1) Definition

Einen Ausdruck $c_1 * \vec{\vec{a}}_1 + c_2 * \vec{a}_2 + \cdots + c_n * \vec{c}_n$ nennt man **Linearkombination** der Vektoren $\vec{a}_1,\ \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ und die reellen Zahlen $c_1, c_2, \dots, c_n$ nennt man **Koeffizienten**.

Beispiel: Der Vektor $\vec{c}$ lässt sich als Linearkombination der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ darstellen.



2) „Linear unabhängig“ und „linear abhängig“

Die Vektoren $\vec{a}_1,\ \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ sind **linear abhängig**, wenn eine Linearkombination von Vektoren existiert, sodass man mindestens einen der Vektoren durch die anderen darstellen kann.

Andernfalls heißen die Vektoren **linear unabhängig**.

Im vorigen Beispiel sind also die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ linear abhängig, da gilt
$2 * \vec{a} + 3 * \vec{b} = \vec{c}$.

<u>SATZ:</u>

Die Vektoren sind genau dann linear unabhängig, wenn die Gleichung $c_1 * \vec{\vec{a}}_1 + c_2 * \vec{a}_2 + \cdots + c_n * \vec{c}_n = 0$ genau eine Lösung mit $c_1 = c_2 = \ \dots = c_n = 0$ besitzt.

LERNKONTROLLE:

Kannst du folgende Fragen beantworten?

1. *In der Definition für „linear abhängig“ ist auch der Fall n=1 zugelassen. Ist demnach ein einzelner Vektor $\vec{a}$ linear abhängig?*
2. *Sei einer von mehreren Vektoren der Nullvektor. Warum sind die Vektoren dann linear abhängig?*
3. *Gegeben sind zwei linear abhängige Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$. Warum sind dann die Vektoren $\vec{a}+\vec{b}$ und $\vec{a}-\vec{b}$ linear abhängig?*
4. *Warum findet man für die „?“ keine Zahlen, sodass die folgenden Vektoren linear unabhängig sind?*
   $\begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix}$ *oder* $\begin{pmatrix} 1 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}$