


# Heiratsproblem

Dokumentnummer: DX1707  
 Fachgebiet: Matrizenrechnung,  
 Lineare Optimierung, Lineare Algebra,  
 Wirtschaftsmathematik  
 Einsatz: ab 2HAK (erstes Lernjahr)

Didaktischer Hinweis:  
 die Aufgabe hat zwar kuriosen Charakter, deren  
 Sinnhaftigkeit mit den Schüler/innen diskutiert  
 werden sollte, ist aber leicht verständlich.

Das Heiratsproblem ist ein typisches Zuordnungs-  
 problem!

Figure 1:

PROGRAMMQUELLEN UND PROGRAMMBEILAGEN	
<a href="http://maxima.sourceforge.net">http://maxima.sourceforge.net</a>	<a href="http://www.geogebra.org">http://www.geogebra.org</a>
<a href="http://wxmaxima.sourceforge.net">http://wxmaxima.sourceforge.net</a>	
	

## 1 Aufgabe

Figure 2: Für das gegenseitige Wohlgefallen  
 vergeben 4 Burschen und 4 Mädchen  
 jeweils Punkte von 0 (gefällt mir gar nicht)  
 bis 10 (gefällt mir sehr). Welche  
 Paare sollen gebildet werden, wenn  
 das gesamte Wohlgefallen maximal werden  
 soll?

	SUSI	MARIA	BETTY	JOSIE
MAX	3/7	10/2	2/5	4/7
ALF	5/10	2/4	3/0	7/2
OTTO	8/6	7/3	4/8	9/5
EMIL	5/10	2/4	0/3	10/9

ZUORDNUNG  
(HEIRATSPROBLEM)

## 2 Lösung

## 2.1 Erhohenes Wohlgefallen

```
--> Burschen: matrix(
    [3,10,2,4],
    [5,2,3,7],
    [8,7,4,9],
    [5,2,0,10]
)
/* Die Bewertung der Mädchen durch die Burschen */;
```

(%o43)

$$\begin{bmatrix} 3 & 10 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 3 & 7 \\ 8 & 7 & 4 & 9 \\ 5 & 2 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

```
--> Maedchen: matrix(
    [7,2,5,7],
    [10,4,0,2],
    [6,3,8,5],
    [10,4,3,9]
)
/* Die Bewertung der Burschen durch die Mädchen */;
```

(%o21)

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 & 5 & 7 \\ 10 & 4 & 0 & 2 \\ 6 & 3 & 8 & 5 \\ 10 & 4 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

```
--> Gesamt:Burschen+Maedchen
/* Die Summe der Bewertungen als Grundlage der
   Optimierung */;
```

(%o44)

$$\begin{bmatrix} 10 & 12 & 7 & 11 \\ 15 & 6 & 3 & 9 \\ 14 & 10 & 12 & 14 \\ 15 & 6 & 3 & 19 \end{bmatrix}$$

```
--> a:Gesamt
/* Kurzname für die Matrix zuweisen */;
```

(%o23)

$$\begin{bmatrix} 10 & 12 & 7 & 11 \\ 15 & 6 & 3 & 9 \\ 14 & 10 & 12 & 14 \\ 15 & 6 & 3 & 19 \end{bmatrix}$$

## 2.2 Ausschluss von "Bigamie"

```
--> g[i]:sum(x[i,j],j,1,4)=1
/* Die Zeilensummen müssen 1 sein */;
g[j]:sum(x[i,j],i,1,4)=1
/* Die Spaltensummen müssen 1 sein */;
```

(%o45)  $x_{i,4} + x_{i,3} + x_{i,2} + x_{i,1} = 1$

(%o46)  $x_{4,j} + x_{3,j} + x_{2,j} + x_{1,j} = 1$

```

--> g1:g[i],i=1;
      g2:g[i],i=2;
      g3:g[i],i=3;
      g4:g[i],i=4;
      g5:g[j],j=1;
      g6:g[j],j=2;
      g7:g[j],j=3;
      g8:g[j],j=4;

(%o26) x1,4+x1,3+x1,2+x1,1=1
(%o27) x2,4+x2,3+x2,2+x2,1=1
(%o28) x3,4+x3,3+x3,2+x3,1=1
(%o29) x4,4+x4,3+x4,2+x4,1=1
(%o30) x4,1+x3,1+x2,1+x1,1=1
(%o31) x4,2+x3,2+x2,2+x1,2=1
(%o32) x4,3+x3,3+x2,3+x1,3=1
(%o33) x4,4+x3,4+x2,4+x1,4=1

```

### 2.3 Alle Restriktionen

```

--> NB:[x[1,1]>=0,x[1,2]>=0,x[1,3]>=0,x[1,4]>=0,
        x[2,1]>=0,x[2,2]>=0,x[2,3]>=0,x[2,4]>=0,
        x[3,1]>=0,x[3,2]>=0,x[3,3]>=0,x[3,4]>=0,
        x[4,1]>=0,x[4,2]>=0,x[4,3]>=0,x[4,4]>=0,
        g1,g2,g3,g4,g4,g6,g7,g8];

(%o34) [x1,1>=0,x1,2>=0,x1,3>=0,x1,4>=0,x2,1>=0,x2,2>=0,x2,3>=0,x2,4
>=0,x3,1>=0,x3,2>=0,x3,3>=0,x3,4>=0,x4,1>=0,x4,2>=0,x4,3>=0,x4,4>=0,
x1,4+x1,3+x1,2+x1,1=1,x2,4+x2,3+x2,2+x2,1=1,x3,4+x3,3+x3,2+x3,1=1,
x4,4+x4,3+x4,2+x4,1=1,x4,4+x4,3+x4,2+x4,1=1,x4,2+x3,2+x2,2+x1,2=1,
x4,3+x3,3+x2,3+x1,3=1,x4,4+x3,4+x2,4+x1,4=1]

```

### 2.4 Gesamtes Wohlgefallen

```

--> ZF:a[1,1]*x[1,1]+a[1,2]*x[1,2]+a[1,3]*x[1,3]+a[1,4]*x[1,4]+
      a[2,1]*x[2,1]+a[2,2]*x[2,2]+a[2,3]*x[2,3]+a[2,4]*x[2,4]+
      a[3,1]*x[3,1]+a[3,2]*x[3,2]+a[3,3]*x[3,3]+a[3,4]*x[3,4]+
      a[4,1]*x[4,1]+a[4,2]*x[4,2]+a[4,3]*x[4,3]+a[4,4]*x[4,4];

(%o35) 19 x4,4+3 x4,3+6 x4,2+15 x4,1+14 x3,4+12 x3,3+10 x3,2+14 x3,1+9 x2,4+
3 x2,3+6 x2,2+15 x2,1+11 x1,4+7 x1,3+12 x1,2+10 x1,1

```

## 3 Optimierung mit Unterprogramm und Ergebnisinterpretation

```

--> load(simplex)$

```

```

--> l:maximize_lp(ZF,NB);

(%o39) [58, [x4,4=1,x4,3=0,x4,2=0,x4,1=0,x3,4=0,x3,3=1,x3,2=0,x3,1=0,
x2,4=0,x2,3=0,x2,2=0,x2,1=1,x1,4=0,x1,3=0,x1,2=1,x1,1=0]]

```

Figure 3: Lösung

	SUSI	MARIA	BETTY	JOSIE
MAX	$\frac{3}{7}$	$\frac{10}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{7}$
ALF	$\frac{5}{10}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{0}$	$\frac{7}{2}$
OTTO	$\frac{8}{6}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{9}{5}$
EMIL	$\frac{5}{10}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{0}{3}$	$\frac{10}{9}$

ZUORDNUNG  
(HEIRATSPROBLEM)

```
--> optimale_Loesung: matrix(
  ["", "Susi", "Maria", "Betty", "Josie"],
  ["Max", x[1,1], x[1,2], x[1,3], x[1,4]],
  ["Alf", x[2,1], x[2,2], x[2,3], x[2,4]],
  ["Otto", x[3,1], x[3,2], x[3,3], x[3,4]],
  ["Emil", x[4,1], x[4,2], x[4,3], x[4,4]]
), 1[2];
```

```
(%o42)
      Susi Maria Betty Josie
Max    0     1     0     0
Alf    1     0     0     0
Otto   0     0     1     0
Emil   0     0     0     1
```